



ce
pre
UNI

Trigonometría

LA HIPÉRBOLA

**CICLO
PRE
2024 - I**



Aplicaciones

El diseño de una torre que se sostienen con cables es un ejemplo de aplicación de una **hipérbola**.

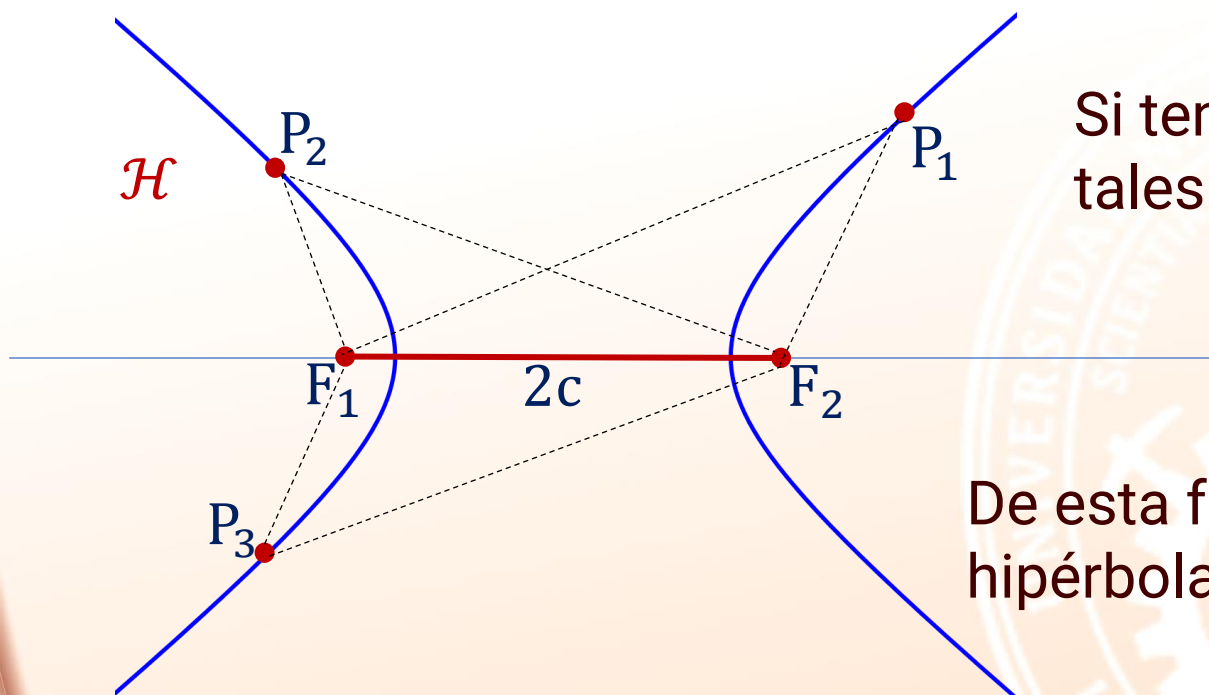


En arquitectura la forma de **hipérbola** es utilizada en el diseño de ventanas (Iglesia Dominicos Madrid).



DEFINICIÓN

Una hipérbola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos del plano, denominados focos, es siempre igual a una cantidad constante, positiva y menor que la distancia entre los focos.



Si tenemos los puntos del plano P_1 , P_2 y P_3 ; tales que:

$$|d(P_1; F_1) - d(P_1; F_2)| = 2a$$

$$|d(P_2; F_1) - d(P_2; F_2)| = 2a$$

$$|d(P_3; F_1) - d(P_3; F_2)| = 2a$$

De esta forma definimos la curva denominada hipérbola $\mathcal{H}$:

Además:

$$d(F_1; F_2) = 2c; a < c$$

$$\mathcal{H} = \{P \in \mathbb{R}^2 \mid |d(P; F_1) - d(P; F_2)| = 2a\}$$

APLICACIÓN 1

Encuentre la ecuación del lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a los puntos $F_1(-3;0)$ y $F_2(3;0)$ sea igual a $2u$.

A) $9x^2 - 7y^2 = 8$

B) $7x^2 - 9y^2 = 6$

C) $8x^2 - y^2 = 8$

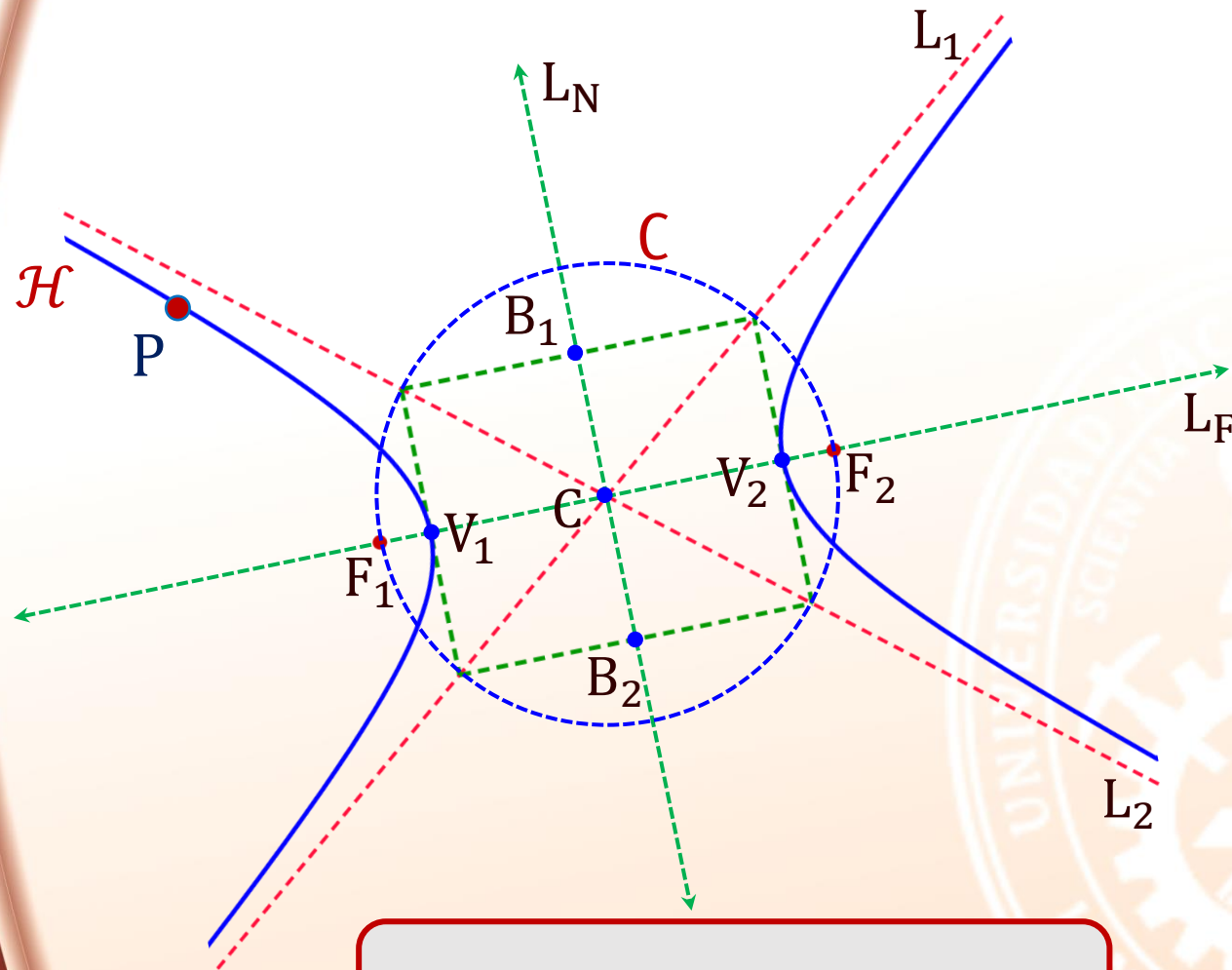
D) $6x^2 - 8y^2 = 4$

E) $x^2 - 6y^2 = 4$

CLAVE: C

I. ELEMENTOS ASOCIADOS A UNA HIÉRBOLA

Dada la hipérbola $\mathcal{H}$:



$$|d(P; F_1) - d(P; F_2)| = 2a$$

Focos: F_1 y F_2

Eje focal : L_F

Vértices : V_1 y V_2

Eje normal: L_N

Centro: C

$$C = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$C = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

C : circunferencia asociada a $\mathcal{H}$

$\overline{V_1 V_2}$: eje transversal o real

$\overline{F_1 F_2}$: segmento focal: $2c$

$\overline{B_1 B_2}$: Eje conjugado o imaginario

Rectas asíntotas: L_1 y L_2

A geometric diagram illustrating the properties of a hyperbola. The hyperbola is shown in blue, with its two branches opening horizontally. The asymptotes are shown as dashed red lines, labeled L_1 and L_2 . The center of the hyperbola is marked with a blue dot and labeled C . A green dashed line, labeled L_F , represents the line of foci. Two foci are marked with red dots and labeled F_1 and F_2 . A point P is marked on the right branch of the hyperbola, and a point Q is marked on the left branch. A line segment connects P and Q , passing through the center C . A point E is marked on the left branch, and a point D is marked on the left asymptote L_2 . A line segment connects E and D . A point G is marked on the left branch, and a point M is marked on the right branch. A line segment connects G and M . A point F_1 is marked on the left branch, and a point F_2 is marked on the right branch. A line segment connects F_1 and F_2 . A point C is marked on the line segment F_1F_2 . A point P is marked on the right branch, and a point M is marked on the right branch. A line segment connects P and M . A point F_2 is marked on the line segment PM . A right angle symbol is shown at F_2 . A point C is marked on the line segment PM . A point P is marked on the right branch, and a point M is marked on the right branch. A line segment connects P and M . A point F_2 is marked on the line segment PM . A right angle symbol is shown at F_2 . A point C is marked on the line segment PM .

$\overline{F_1Q}$: radio focal

Nota: $PF_1 - PF_2 = 2a$

II. CONSIDERACIONES:

En la hipérbola $\mathcal{H}$ mostrada: $\forall P \in \mathcal{H}: |d(P; F_2) - d(P; F_1)| = 2a$

i) Siendo C el punto medio de $\overline{F_2 F_1}$:

$$d(C; F_1) = d(C; F_2) = c$$

ii) Como V_1 pertenece a la hipérbola:

$$d(V_1; F_2) - d(V_1; F_1) = 2a$$

$$d(V_1; F_2) + d(V_1; F_1) = 2c$$

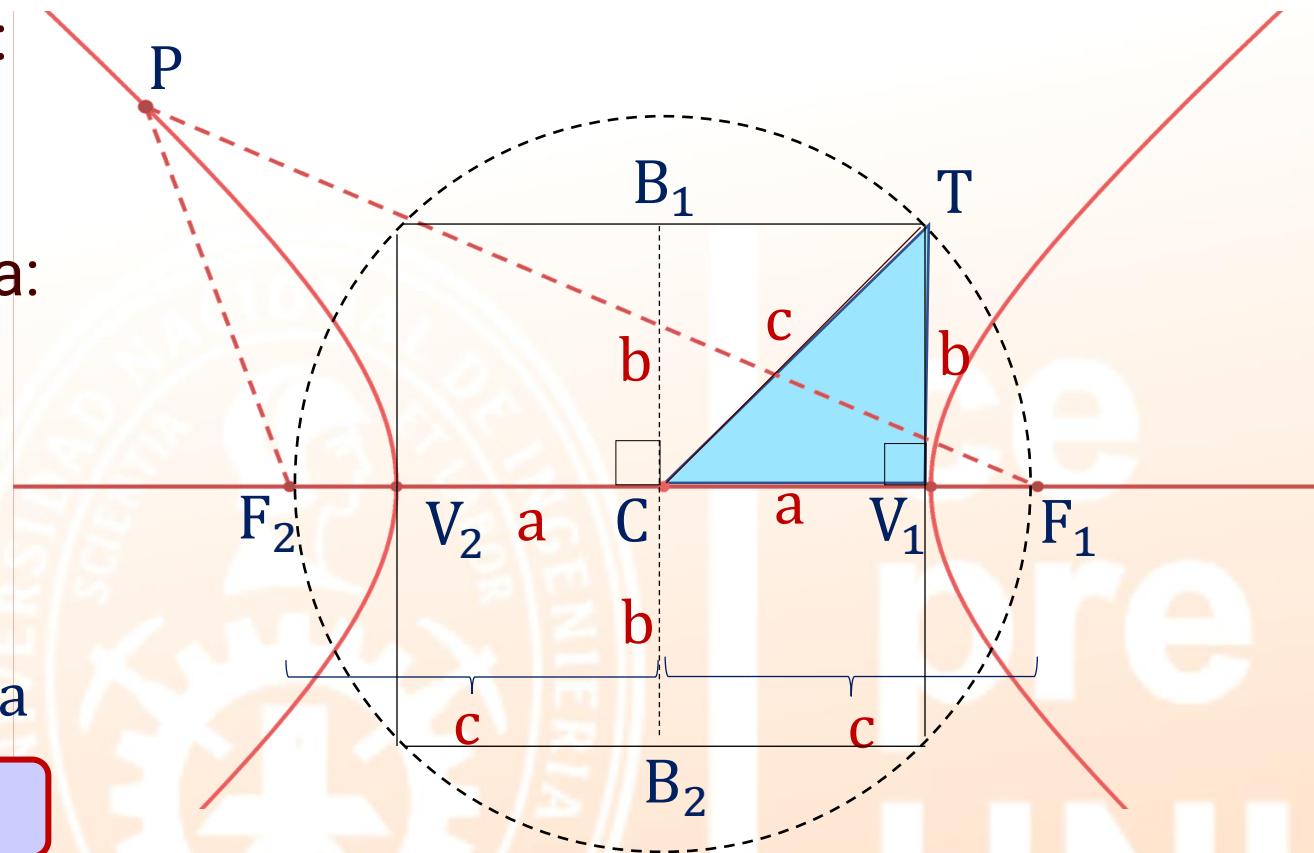
$$2d(V_1; F_2) = 2a + 2c$$

$$d(V_1; F_2) = a + c \Rightarrow d(C; V_1) = a$$

$$\therefore d(V_1; V_2) = 2a$$

iii) Sea: $d(C; B_1) = b \Rightarrow d(C; B_2) = b$

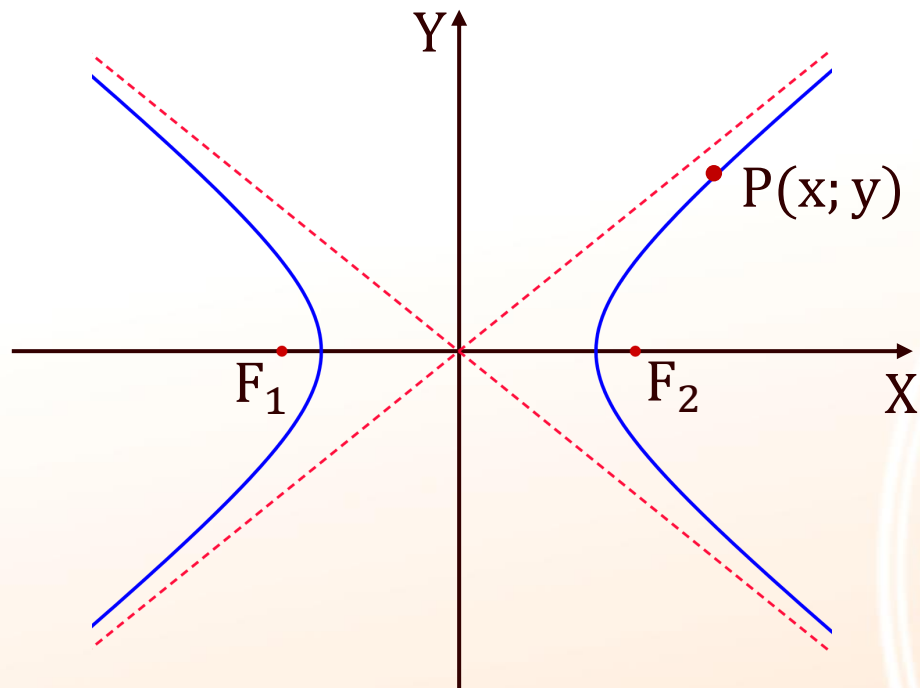
$$\therefore d(B_1; B_2) = 2b$$



v) $\triangle CV_1 T$: $a^2 + b^2 = c^2$ ($c > a$)

III. Ecuación canónica de la Hipérbola

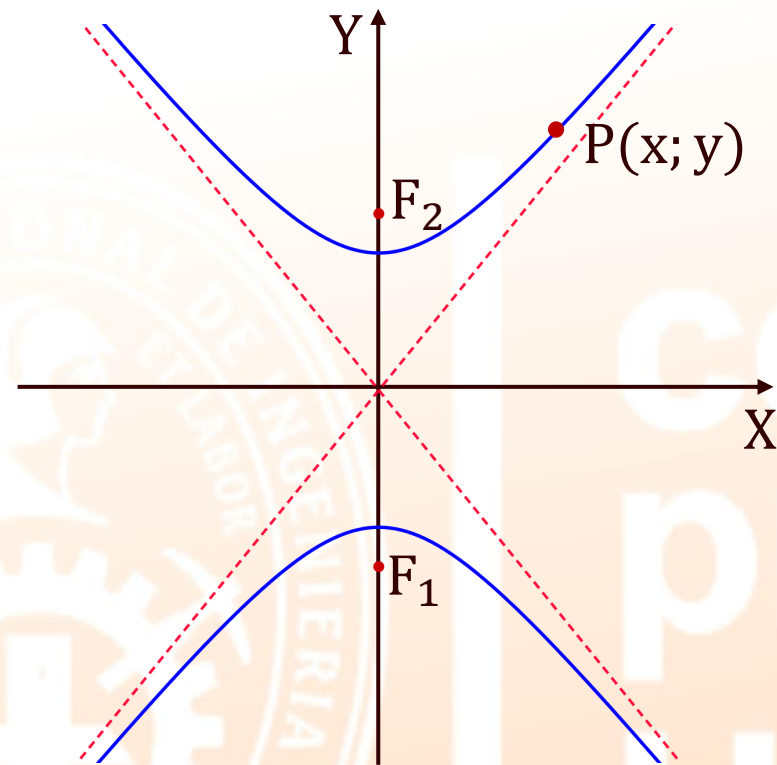
El eje focal es el eje de abscisas y el centro es el origen de coordenadas



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Donde:
 $c^2 = a^2 + b^2$

Eje focal es el eje de ordenadas y centro es el origen de coordenadas

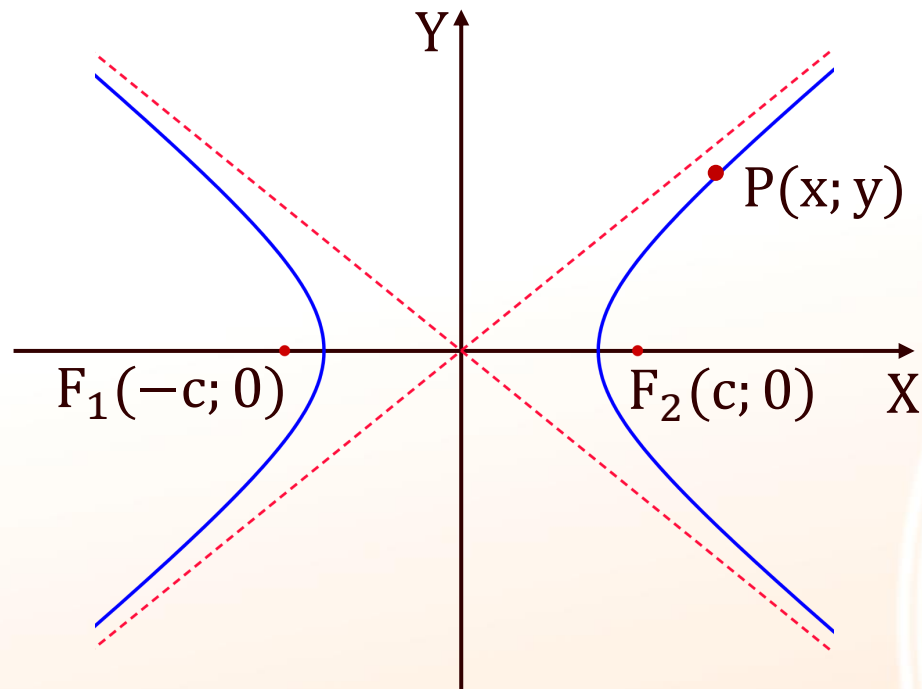


$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Donde:
 $c^2 = a^2 + b^2$

Demostración

El eje focal es el eje de abscisas y centro en el origen de coordenadas



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Donde:
 $c^2 = a^2 + b^2$

Por definición:

$$d(P, F_1) - d(P, F_2) = 2a \quad (\text{donde: } F_1 F_2 = 2c)$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} - \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a + \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

Elevamos al cuadrado y reducimos:

$$cx - a^2 = a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

De forma similar:

$$\underbrace{(c^2 - a^2)}_{b^2} x^2 - a^2 y^2 = a^2 \underbrace{(c^2 - a^2)}_{b^2}$$

$$b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$$

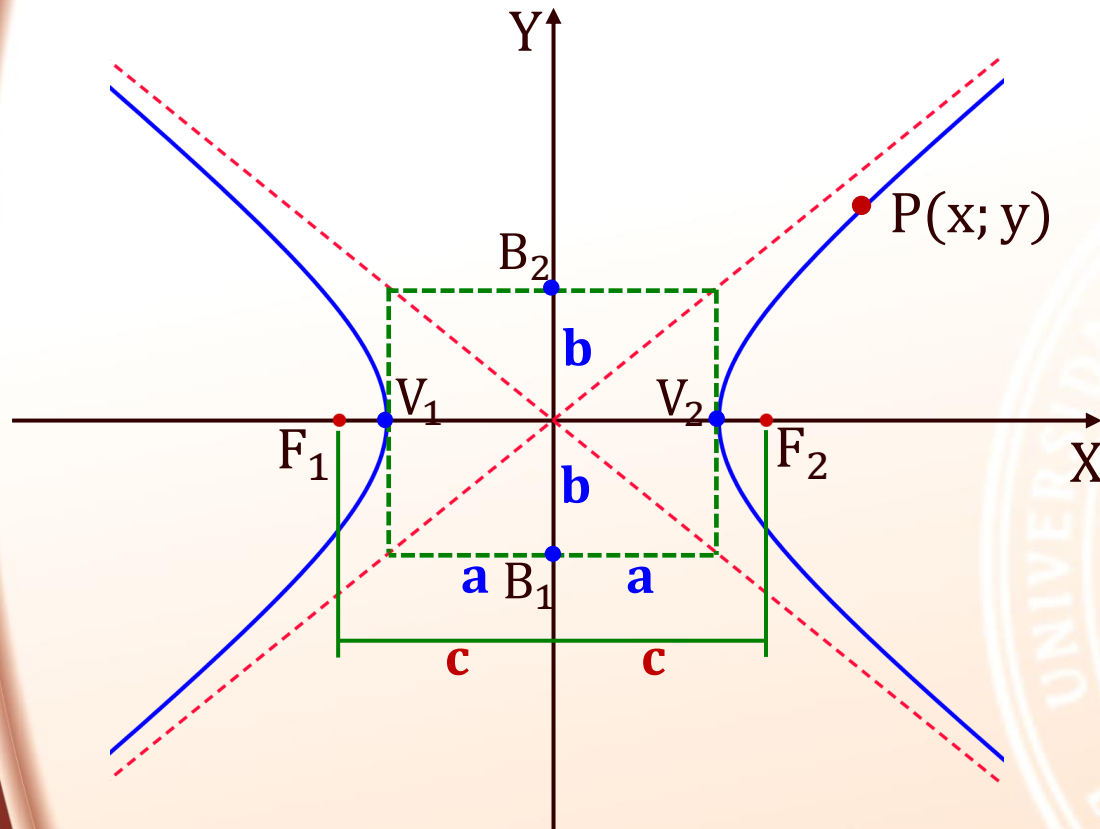
Finalmente:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Observación

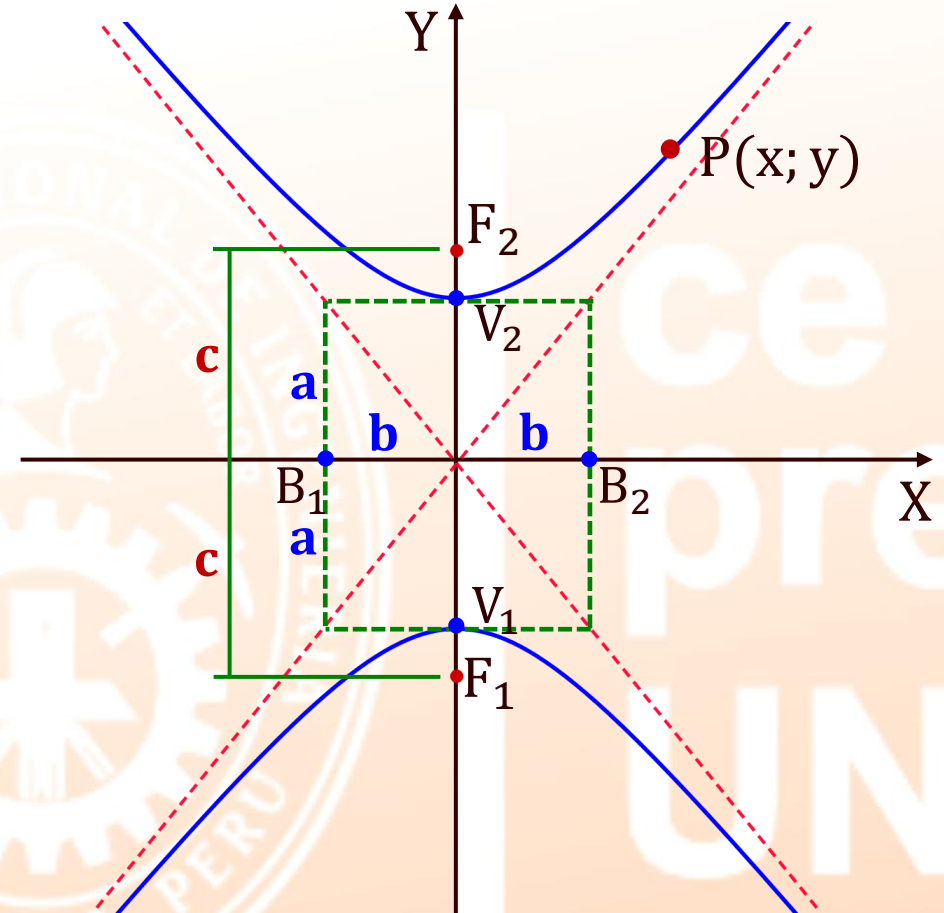
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Donde:
 $c^2 = a^2 + b^2$



$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Donde:
 $c^2 = a^2 + b^2$



APLICACIÓN 2

Indique la alternativa que representa la ecuación de una hipérbola con centro en el origen de coordenadas, un vértice en $(8; 0)$ y su foco en $(10; 0)$.

- A) $2x^2 - 6y^2 = 640$
- B) $16x^2 - 12y^2 = 125$
- C) $9y^2 - 16x^2 = 125$
- D) $9x^2 - 16y^2 = 576$
- E) $16x^2 - 17y^2 = 163$

CLAVE: D

APLICACIÓN 3

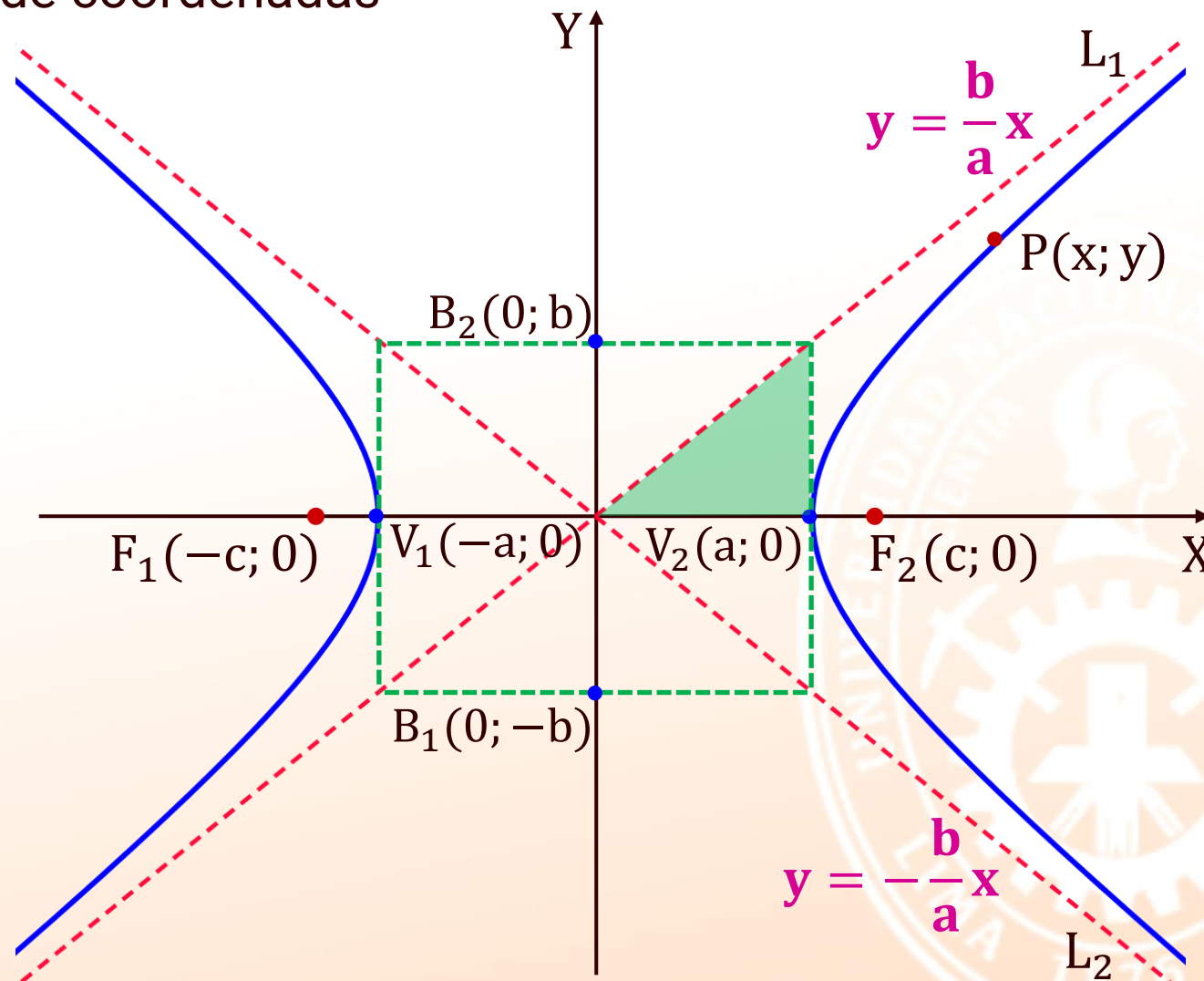
Determine la ecuación de la hipérbola con centro en el origen de coordenadas, un foco en el punto $(0; 2)$ y que el vértice más cercano a este foco se encuentre en el punto medio de $(0; 3)$ y $(0; -1)$.

- A) $3y^2 - x^2 = 3$
- B) $3x^2 - y^2 = 4$
- C) $y^2 - x^2 = 8$
- D) $3x^2 - 3y^2 = 28$
- E) $9x^2 - y^2 = 6$

CLAVE: A

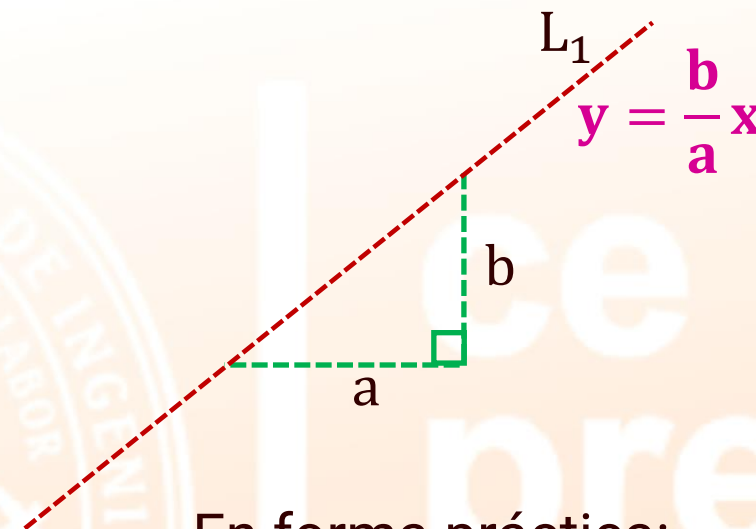
IV. Ecuaciones de las rectas asíntotas:

Eje focal en el eje de abscisas y centro en el origen de coordenadas



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Donde:
 $c^2 = a^2 + b^2$



En forma práctica:

$$\frac{x^2}{a^2} = \frac{y^2}{b^2}$$

$$y = \frac{b}{a}x; \quad y = -\frac{b}{a}x$$

Ecuaciones de las rectas asíntotas

Eje focal en el eje de ordenadas y
centro en el origen de coordenadas

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

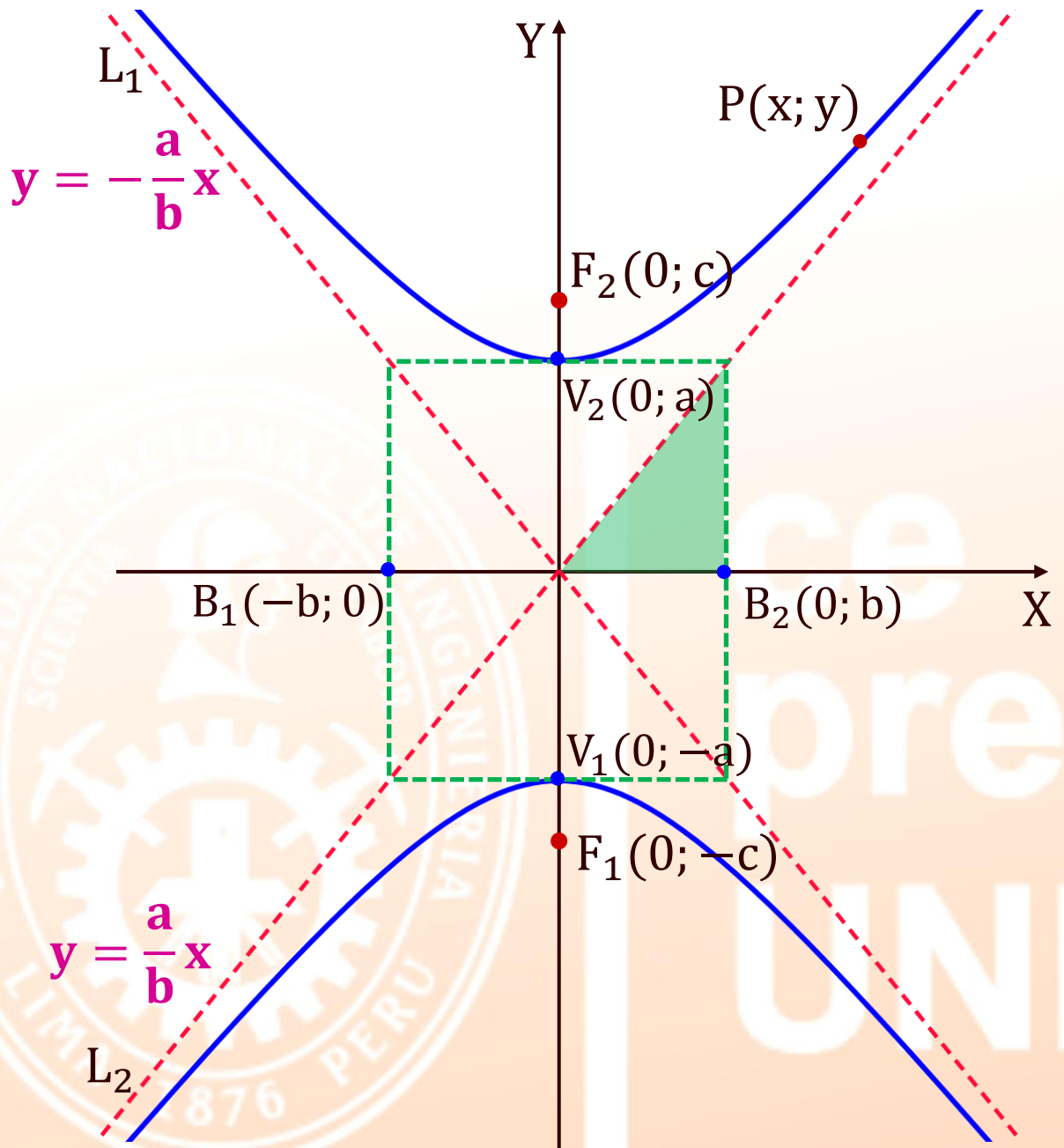
Donde:
 $c^2 = a^2 + b^2$

$$y = \frac{a}{b}x$$

En forma práctica:

$$\frac{y^2}{a^2} = \frac{x^2}{b^2}$$

$$y = \frac{a}{b}x; \quad y = -\frac{a}{b}x$$



APLICACIÓN 4

Sea la hipérbola con centro en el origen de coordenadas, un foco en el punto $F_1(5; 0)$ y sabiendo que $3y = 5x$ es la ecuación de una de sus asíntotas. Calcule la longitud de su eje conjugado.

A) $\frac{15\sqrt{34}}{34}$

B) $\frac{16\sqrt{34}}{34}$

C) $\frac{19\sqrt{34}}{17}$

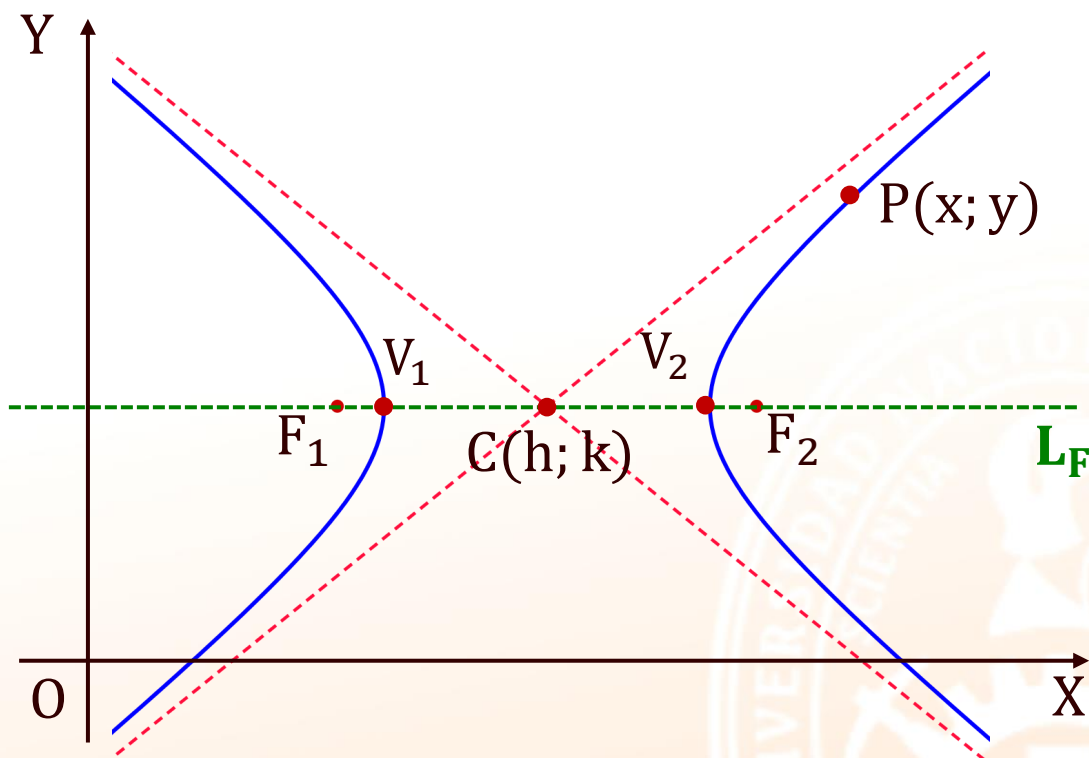
D) $\frac{21\sqrt{34}}{17}$

E) $\frac{25\sqrt{34}}{17}$

CLAVE: E

V. Ecuación ordinaria de la hipérbola

1. Eje focal paralelo al eje de abscisas y centro en $C(h; k)$



Ecuación:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Asíntotas: $\frac{y - k}{b} = \pm \frac{x - h}{a}$

Focos: $F_1 = (h - c; k),$
 $F_2 = (h + c; k)$

Vértices: $V_1 = (h - a; k),$
 $V_2 = (h + a; k)$

APLICACIÓN 5

Una hipérbola $\mathcal{H}$ tiene como vértices $(0;-2)$ y $(6;-2)$ y focos $(-2;-2)$ y $(8;-2)$. Determine la ecuación ordinaria de la hipérbola.

A) $\frac{(x-3)^2}{81} - \frac{(y+2)^2}{45} = 1$

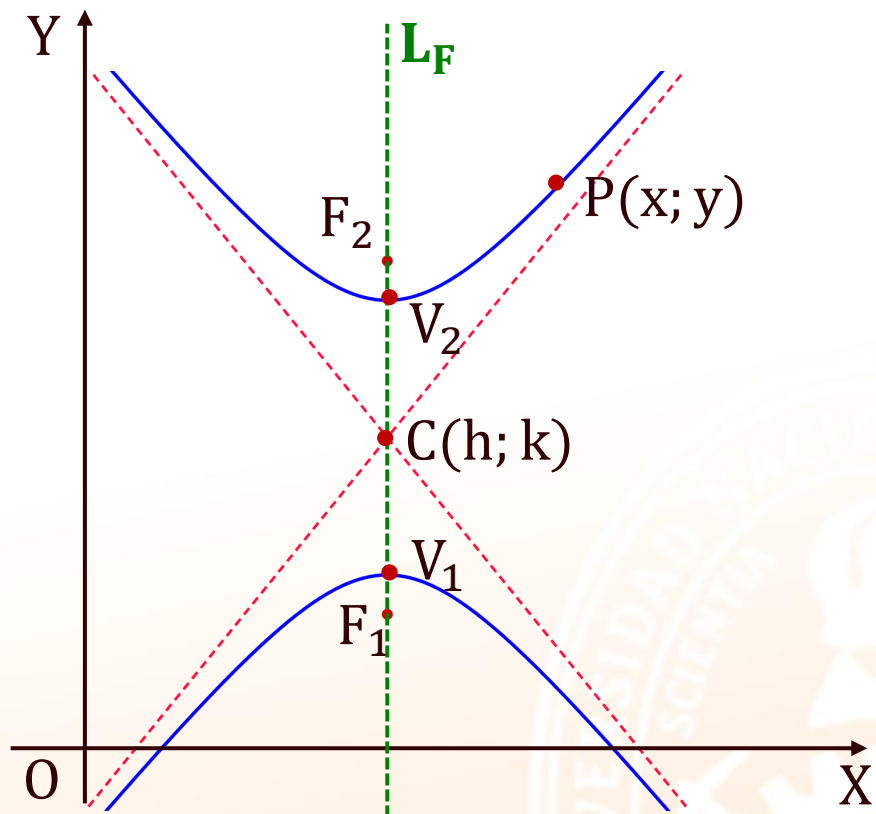
B) $\frac{(x-5)^2}{25} - \frac{(y+4)^2}{36} = 1$

C) $\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$

D) $\frac{(x-5)^2}{25} - \frac{(y+2)^2}{36} = 1$

E) $\frac{(x+3)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$

2. Eje focal paralelo al eje de ordenadas y centro en C(h; k)



Ecuación:

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$

Asíntotas:

$$\frac{y - k}{a} = \pm \frac{x - h}{b}$$

Focos:

$$\begin{aligned} F_1 &= (h; k - c), \\ F_2 &= (h; k + c) \end{aligned}$$

Vértices:

$$\begin{aligned} V_1 &= (h; k - a), \\ V_2 &= (h; k + a) \end{aligned}$$

APLICACIÓN 6

Determine la ecuación de la hipérbola cuyos focos son los puntos $(7; -1)$ y $(7; 9)$, siendo la longitud del eje conjugado igual a $8u$.

A)
$$\frac{(x - 7)^2}{9} - \frac{(y - 6)^2}{16} = 1$$

B)
$$\frac{(y - 7)^2}{9} - \frac{(x - 6)^2}{16} = 1$$

C)
$$\frac{(x - 4)^2}{16} - \frac{(y - 6)^2}{9} = 1$$

D)
$$\frac{(y - 4)^2}{16} - \frac{(x - 6)^2}{9} = 1$$

E)
$$\frac{(y - 4)^2}{9} - \frac{(x - 7)^2}{16} = 1$$

CLAVE: E

VI .1 Longitud del lado recto de una hipérbola:

En la hipérbola mostrada:

Trazamos el lado recto $\overline{LR}$:

$$\text{Sea: } LF_1 = F_1R = h$$

$$\text{Note que: } LF_2 = \sqrt{h^2 + 4c^2}$$

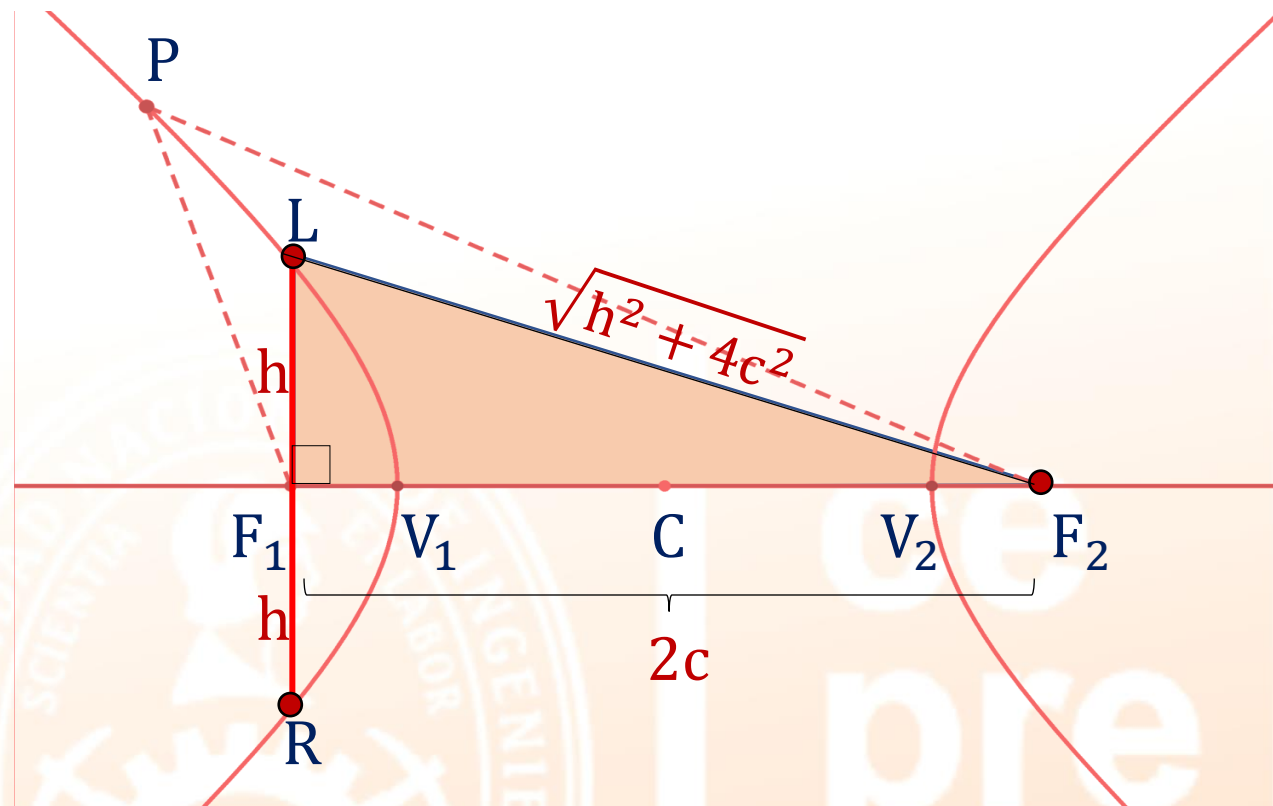
Como L pertenece a la hipérbola:

$$d(L; F_2) - d(L; F_1) = 2a$$

$$\Rightarrow \sqrt{h^2 + 4c^2} - h = 2a$$

$$\Rightarrow \sqrt{h^2 + 4c^2} = 2a + h \Rightarrow h^2 + 4c^2 = 4a^2 + 4ah + h^2$$

$$\Rightarrow ah = c^2 - a^2 \Rightarrow ah = b^2 \Rightarrow h = \frac{b^2}{a}$$



$$\therefore LR = 2h = \frac{2b^2}{a}$$

APLICACIÓN 7

Dada la hipérbola de ecuación $4x^2 - 9y^2 - 16x + 18y - 9 = 0$
Calcule la longitud del lado recto.

A) $\frac{16}{9}$

B) $\frac{8}{9}$

C) $\frac{18}{9}$

D) $\frac{9}{4}$

E) $\frac{9}{2}$

CLAVE: A

VII. Rectas directrices de una hipérbola:

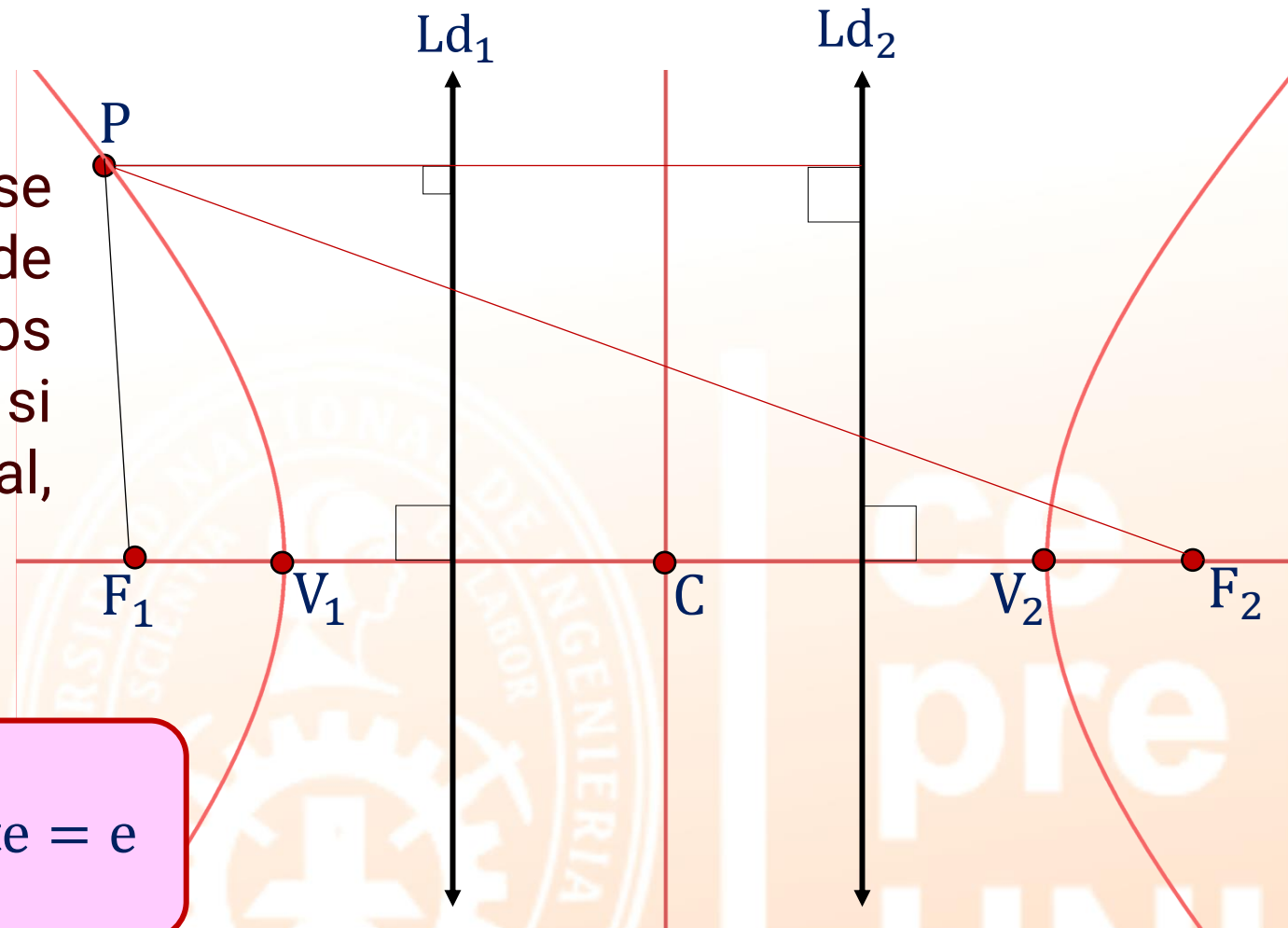
En la hipérbola mostrada:

Las rectas Ld_1 y Ld_2 se denominan rectas directrices de la hipérbola $\mathcal{H}$, asociadas a los focos F_1 y F_2 respectivamente; si son perpendiculares al eje focal, no la intersectan y además:

$\forall P \in \mathcal{H}$:

$$\frac{d(P; F_2)}{d(P; Ld_2)} = \frac{d(P; F_1)}{d(P; Ld_1)} = \text{constante} = e$$

e : excentricidad de la hipérbola



APLICACIÓN 8

Dada la hipérbola de ecuación $\frac{(y+3)^2}{9} - \frac{(x-5)^2}{7} = 1$

Determine la ecuación de una recta directriz.

A) $y = \frac{5}{4}$

B) $y = -\frac{8}{4}$

C) $y = \frac{13}{3}$

D) $y = -\frac{3}{4}$

E) $y = \frac{8}{3}$

CLAVE: D

En la hipérbola mostrada:

Además, como: $d(V_2; F_2) = c - a$

$$\Rightarrow d(V_2; Ld_2) = \frac{c - a}{e}$$

Observemos que:

$$\frac{h}{e} = \frac{c - a}{e} + (c - a) \Rightarrow \frac{h}{e} = \left(\frac{c - a}{e} \right) (1 + e)$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{a} = (c - a)(1 + e) \Rightarrow \frac{(c + a)(c - a)}{a} = (c - a)(1 + e)$$

$$\Rightarrow c + a = a + ae$$

$$\therefore e = \frac{c}{a}$$

Además:

$$d(C; Ld_1) = d(C; Ld_2) = \frac{a}{e} = \frac{a^2}{c}$$

Como: $a < c \Rightarrow e > 1$



APLICACIÓN 9

Determine la excentricidad de la hipérbola con centro en el origen de coordenadas, un vértice y su foco correspondiente en $V_1(4; 0)$ y $F_1(6; 0)$ respectivamente.

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{4}{3}$

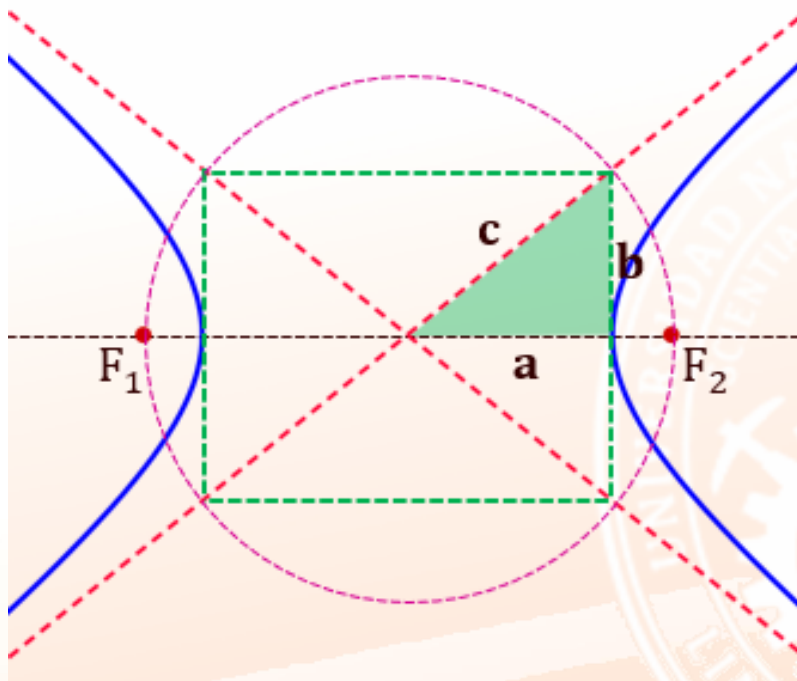
C) $\frac{9}{4}$

D) $\frac{3}{4}$

E) $\frac{3}{2}$

CLAVE: E

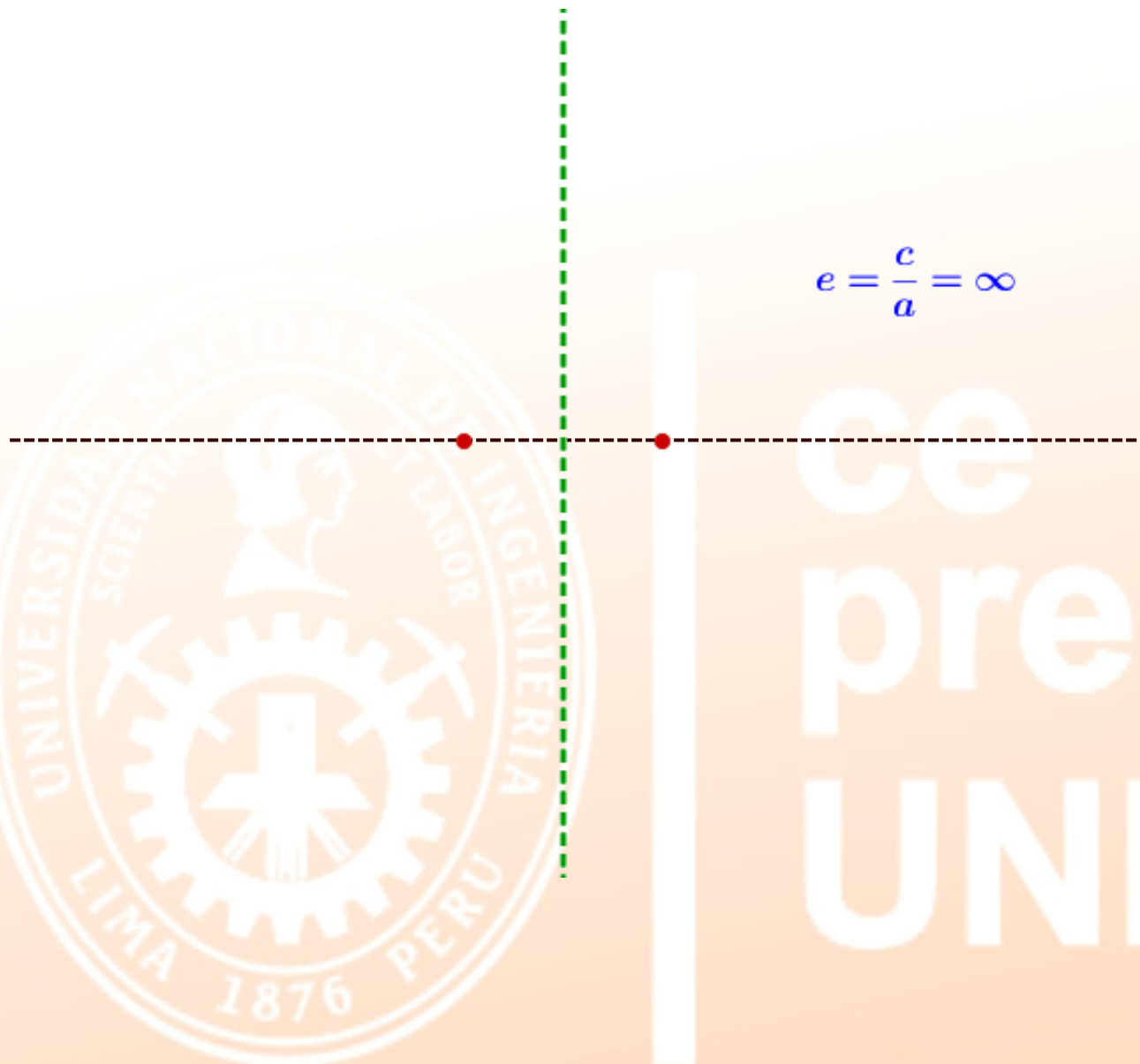
Observación sobre la excentricidad



$$e = \frac{c}{a}$$

$$e > 1$$

$$e = \frac{c}{a} = \infty$$



VIII. Ecuación general de la ecuación de una hipérbola

Al desarrollar las formas ordinarias de la ecuación de la hipérbola se obtiene una ecuación de la forma:

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Considerando $A \cdot C \neq 0$, esta ecuación equivale a:

$$A \left(x + \frac{D}{2A} \right)^2 + C \left(y + \frac{E}{2C} \right)^2 = \frac{D^2}{4A} + \frac{E^2}{4C} - F$$

que corresponde a una **hipérbola** si **$A \cdot C < 0$** y **$\frac{D^2}{4A} + \frac{E^2}{4C} \neq F$** .

Si $A \cdot C < 0$ y $\frac{D^2}{4A} + \frac{E^2}{4C} = F$, entonces la ecuación representa dos rectas que se intersecan en el punto de coordenadas $\left(-\frac{D}{2A}; -\frac{E}{2C} \right)$.

APLICACIÓN 10

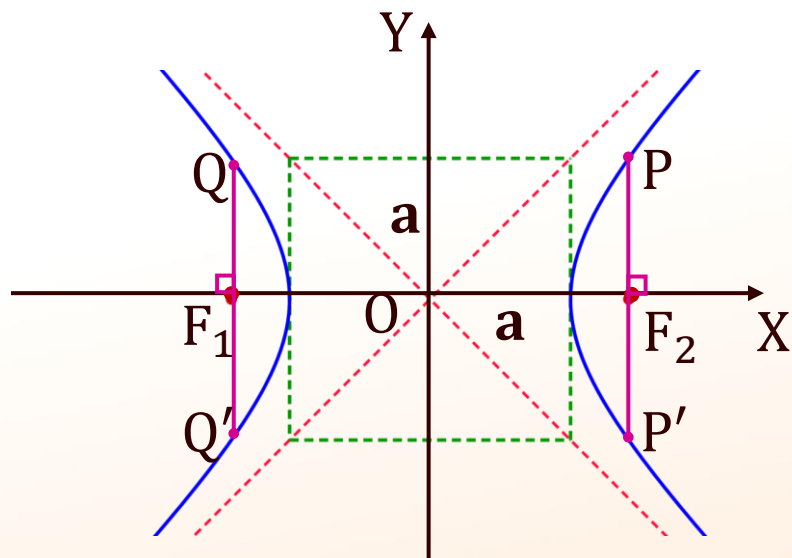
Dada la ecuación: $x^2 - y^2 - 8x + 2y + F = 0$; calcule el valor de F para que dicha ecuación represente a dos rectas que se intersecan.

- A) -12
- B) 12
- C) -15
- D) 15
- E) 0

CLAVE: D

Hipérbola equilátera o rectangular

Una hipérbola es **equilátera** cuando su eje transverso y su eje conjugado tienen la misma longitud, es decir $a = b$.

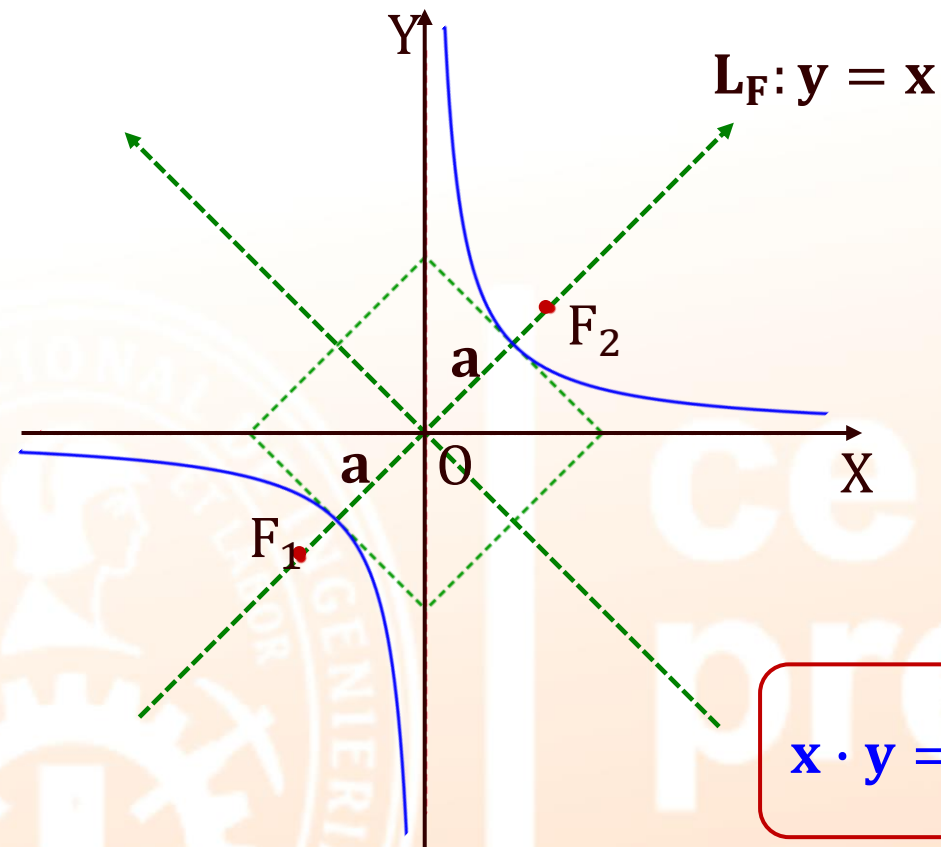


$$x^2 - y^2 = a^2$$

Lado recto: $PP' = 2a$

Excentricidad: $e = \sqrt{2}$

Hipérbola equilátera o rectangular (caso especial)



$$x \cdot y = \frac{a^2}{2}$$

Longitud del lado recto: $2a$

Excentricidad: $e = \sqrt{2}$

APLICACIÓN 11

Determine la ecuación de la hipérbola equilátera que pasa por el punto $(-1; -5)$ y tiene por asíntotas a los ejes coordenados.

A) $xy = 7$

B) $xy = 6$

C) $xy = 5$

D) $x^2 - y^2 = 12$

E) $y^2 - x^2 = 24$

CLAVE: C

Hipérbolas conjugadas

Dos hipérbolas son conjugadas cuando el eje transverso de cada una es idéntico al eje conjugado de la otra. Entonces, cada hipérbola es la hipérbola conjugada de la otra.

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

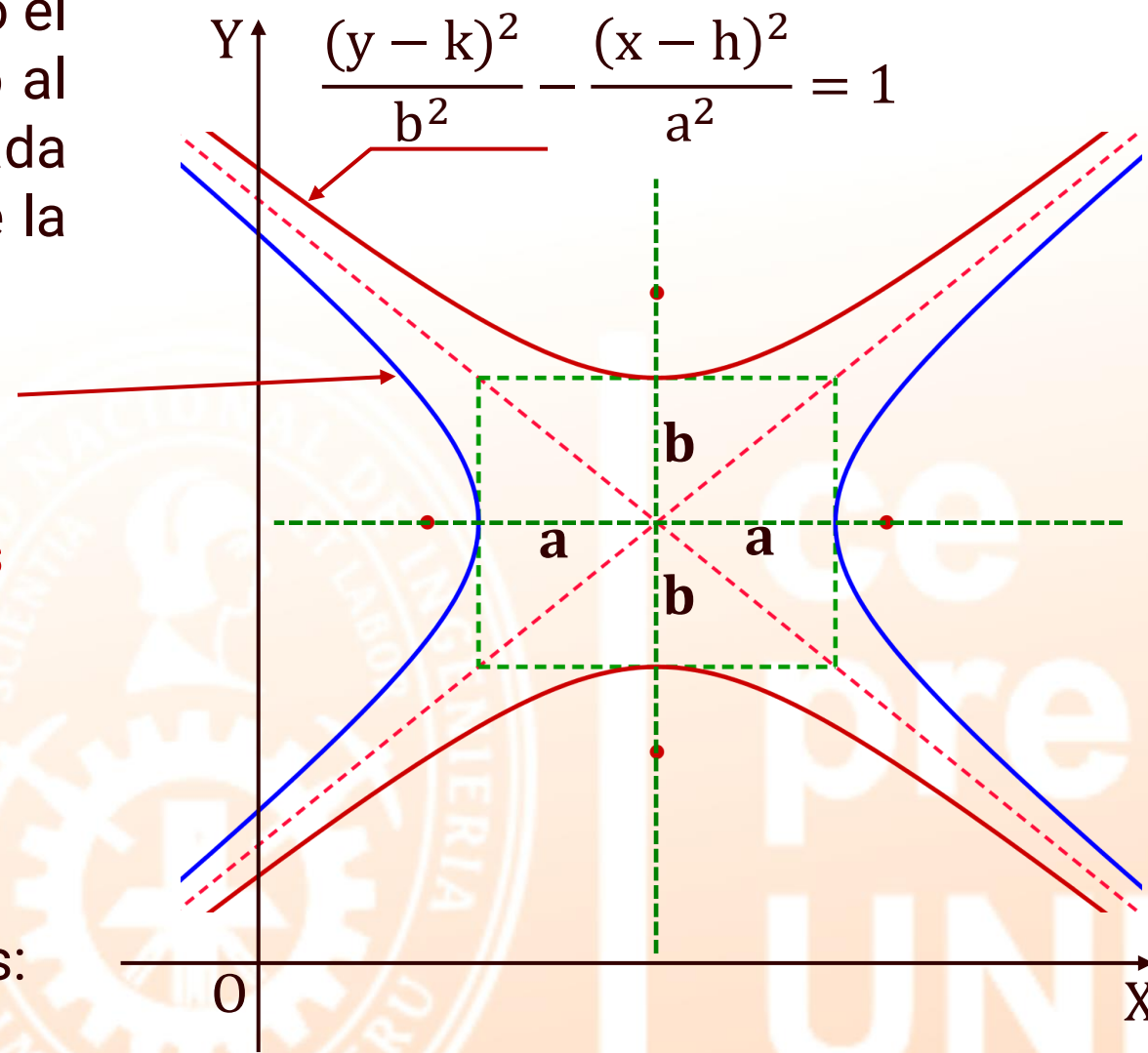
Dos hipérbolas conjugadas tienen las mismas asíntotas y el mismo centro.

Si la ecuación de una hipérbola es

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

la ecuación de su hipérbola conjugada es:

$$\frac{(y - k)^2}{b^2} - \frac{(x - h)^2}{a^2} = 1$$



APLICACIÓN 12

Una hipérbola H tiene su centro en el punto $C(1;-3)$, un foco en $(1;0)$ y una de sus directrices pasa por el punto $(0;-2)$. Determine la ecuación de la hipérbola conjugada.

- A) $(y + 3)^2 - (x - 1)^2 = 9$ B) $(y + 3)^2 - (x - 1)^2 = \frac{9}{2}$ C) $(x - 1)^2 - (y + 3)^2 = 1$
D) $(x - 1)^2 - (y + 3)^2 = \frac{9}{2}$ E) $\frac{(x - 1)^2}{9} - \frac{(y + 3)^2}{4} = 1$

CLAVE: D

APLICACIÓN 13

Dada la ecuación de la hipérbola $\mathcal{H}$: $-2x^2 + y^2 + 4x + 4 = 0$, calcule el valor de la excentricidad de su hipérbola conjugada.

- A) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ B) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ C) $\sqrt{\frac{9}{8}}$ D) $\sqrt{\frac{4}{3}}$ E) $\sqrt{\frac{8}{7}}$

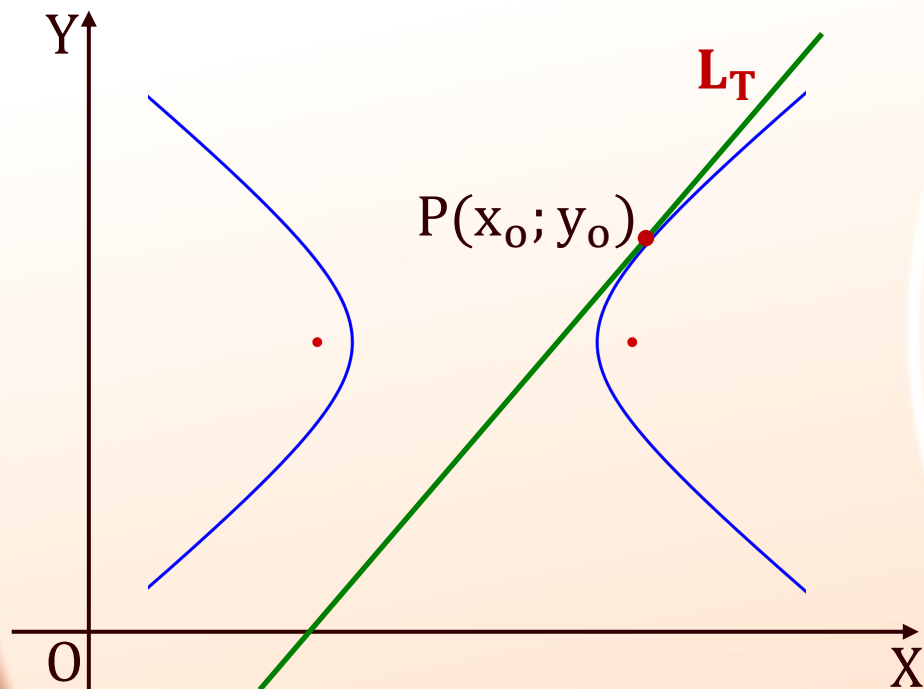
CLAVE: A

Ecuación de la recta tangente a la hipérbola

Se conoce el punto de tangencia $(x_0; y_0)$ y la ecuación de la hipérbola.

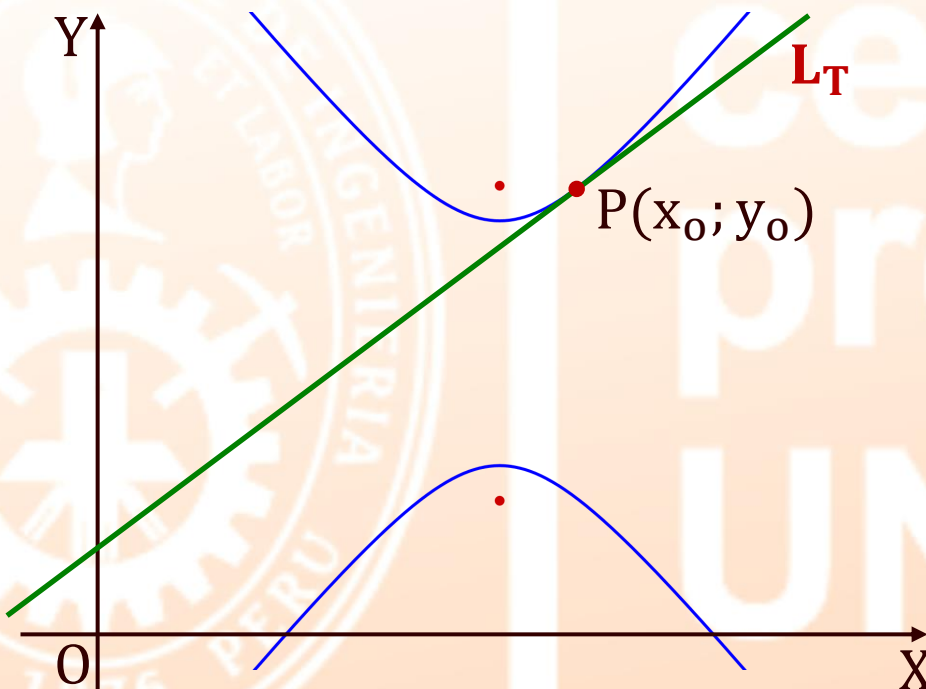
$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

$$L_T: \frac{(x_0 - h)(x - h)}{a^2} - \frac{(y_0 - k)(y - k)}{b^2} = 1$$



$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$

$$L_T: \frac{(y_0 - k)(y - k)}{a^2} - \frac{(x_0 - h)(x - h)}{b^2} = 1$$



APLICACIÓN 14 (Prob. 268 – 2do material de estudio)

Dada la ecuación de la hipérbola $3x^2 - y^2 - 12x + 2y = 0$, determine la ecuación de la recta tangente a la hipérbola en el punto (4;2).

A) $6x - y - 2 = 0$

B) $6x - y - 10 = 0$

C) $6x - y - 12 = 0$

D) $6x - y - 20 = 0$

E) $6x - y - 22 = 0$

CLAVE: E**APLICACIÓN 15 (Prob. 269 – 2do material de estudio)**

Dada la ecuación de la hipérbola $4x^2 - 9y^2 = 36$, calcule los valores de m para los cuales la familia de rectas tangentes a la hipérbola es de la forma $y = mx - 1$.

A) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

B) $\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

C) $\pm \frac{\sqrt{7}}{3}$

D) $\pm \frac{\sqrt{11}}{3}$

E) $\pm \frac{\sqrt{13}}{3}$

CLAVE: B

PROPIEDADES

ce
pre
UNI

PROPIEDAD 1

Si $P(x_1; y_1)$ es un punto de la hipérbola:

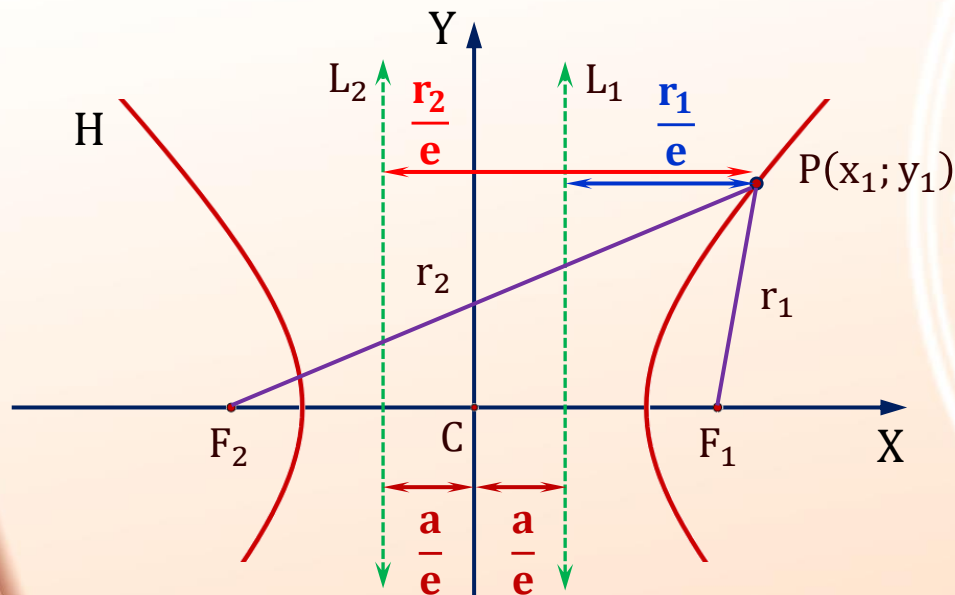
$$H: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Las longitudes de sus radios focales son:

$$r_1 = |e \cdot x_1 - a|$$

$$r_2 = |e \cdot x_1 + a|$$

Demostración:



Recordemos: $d(L_1; C) = d(L_2; C) = \frac{a}{e}$

Además: $d(P; L_1) = \frac{r_1}{e} \wedge d(P; L_2) = \frac{r_2}{e}$

Vemos que:

$$x_1 = \frac{r_1}{e} + \frac{a}{e} \Rightarrow r_1 = e \cdot x_1 - a$$

$$x_1 = \frac{r_2}{e} - \frac{a}{e} \Rightarrow r_2 = e \cdot x_1 + a$$

En general:

$$r_1 = |e \cdot x_1 - a|$$

$$r_2 = |e \cdot x_1 + a|$$

APLICACIÓN 16

Determine la ecuación de una hipérbola horizontal H de centro (0;2) que pasa por el punto (6;7) si las longitudes de sus radios vectores son 13u y 5u.

A) $\frac{x^2}{36} - \frac{(y-2)^2}{20} = 1$

B) $\frac{x^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{20} = 1$

C) $\frac{x^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{5} = 1$

D) $\frac{x^2}{20} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

E) $\frac{x^2}{20} - \frac{(y-2)^2}{36} = 1$

CLAVE: B

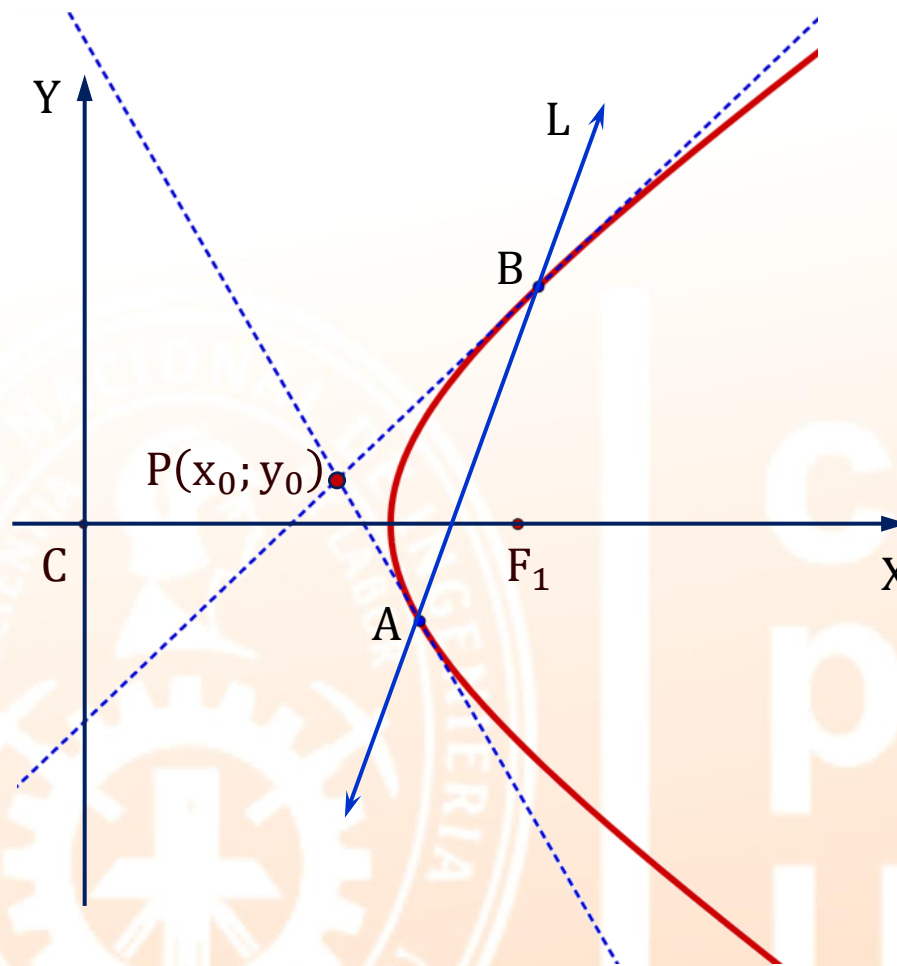
PROPIEDAD 2

Si desde un punto exterior $P(x_1; y_1)$ se trazan rectas tangentes a la hipérbola de ecuación:

$$H: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

el segmento de recta que une los puntos de contacto se le denomina cuerda de contacto y su ecuación es:

$$L: \frac{x_0 \cdot x}{a^2} - \frac{y_0 \cdot y}{b^2} = 1$$



APLICACIÓN 17

Dada la hipérbola de ecuación $3x^2 - 2y^2 = 12$, determine la ecuación de la cuerda de contacto del punto $P(-1;4)$.

A) $3x - 8y + 12 = 0$

B) $3x + 8y - 12 = 0$

C) $3x + 8y + 12 = 0$

D) $3x - 8y - 12 = 0$

E) $3x - y - 9 = 0$

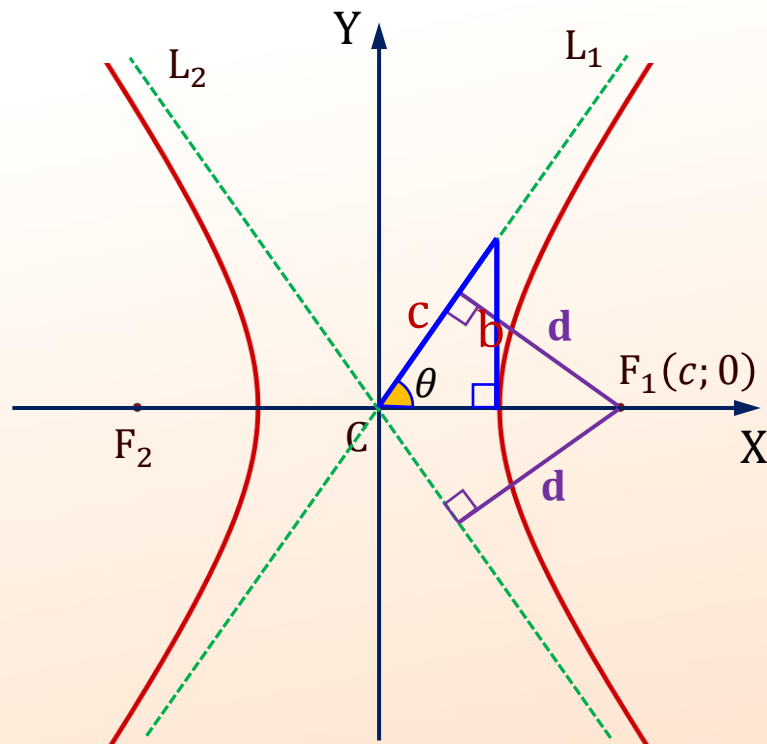
CLAVE: C

PROPIEDAD 3

La distancia de un foco de la hipérbola a cualquiera de sus asíntotas es igual a la longitud de su semieje conjugado, es decir:

$$d(F; L) = b$$

Demostración:



Sea la ecuación de la hipérbola: $H: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Forma 1:

Sus asíntotas: $L_1: y = \frac{b}{a}x \quad \vee \quad L_2: y = -\frac{b}{a}x$

En forma general: $L_1: bx - ay = 0 \quad \vee \quad L_2: bx + ay = 0$

Por distancia de un punto a una recta:

$$d = \frac{|b \cdot x - a \cdot y|}{\sqrt{b^2 + a^2}}$$

Para el foco: $d = \frac{|b \cdot c - a \cdot 0|}{\sqrt{b^2 + a^2}} = \frac{b \cdot c}{\sqrt{b^2 + a^2}} \Rightarrow d = \frac{b \cdot c}{c}$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\therefore d = b$$

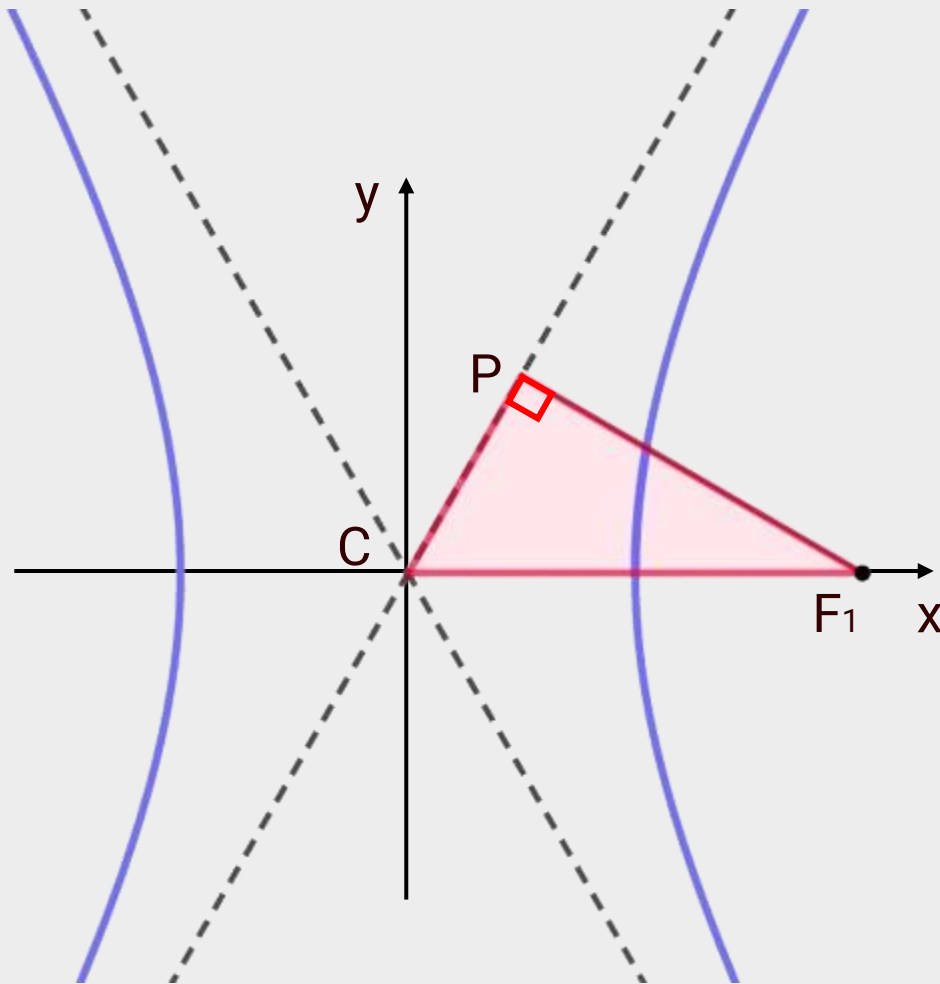
Forma 2:

Del gráfico: $\text{sen}(\theta) = \frac{b}{c} = \frac{d}{c} \Rightarrow d = b$

$$\therefore d = b$$

APLICACIÓN 18

Dada la hipérbola de ecuación $3x^2 - y^2 = 12$, calcule el área de la región triangular CPF_1 , si C es el centro de la hipérbola, P es un punto de una asíntota y F_1 es un foco de la hipérbola.



A) $2\sqrt{3}u^2$

B) $2u^2$

C) $\sqrt{3}u^2$

D) $4u^2$

E) $4\sqrt{3}u^2$

CLAVE: A